

# 量子アニーリングと量子計算

東工大 西森 秀稔

【量子アニーリング (QA)】量子力学を使って最適化問題を解く汎用近似解法

【量子計算】量子力学を使って計算課題を解く方法を開発する分野

【D-Wave】量子アニーリングをハード的に実現した装置を製造した会社であるD-Wave Systemsないしその装置

【組み合わせ最適化問題】離散多変数の一価関数を最小化する変数の組ないしその最小値を求める問題

【シミュレーテッドアニーリング (SA)】確率的な方法により最適化問題を解く汎用近似解法

【シュレディンガー方程式】量子力学における状態を規定する基本方程式

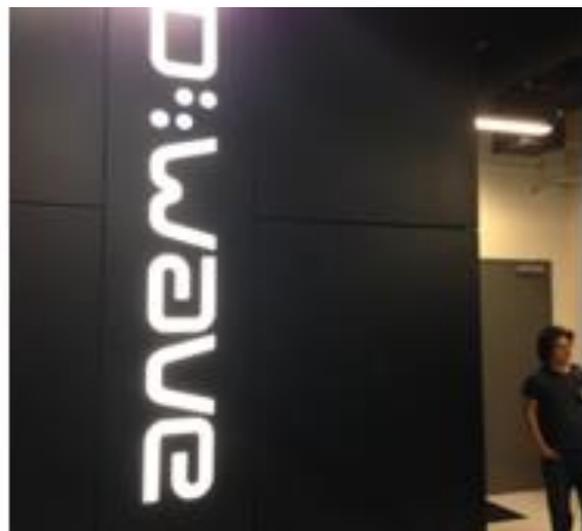
【マスター方程式】物理系の確率的な状態変化を規定する基本方程式

【イジング模型】多数の2値変数の関数の一般形。元来は磁性体の模型。

【量子ビット】2つの状態を量子力学的な重ね合わせとして同時に取る変数ないしそのハードウェアとしての実現

【デコヒーレンス】量子ビットが環境の影響によって量子性を保てなくなること

# D-Wave 2 at NASA & USC



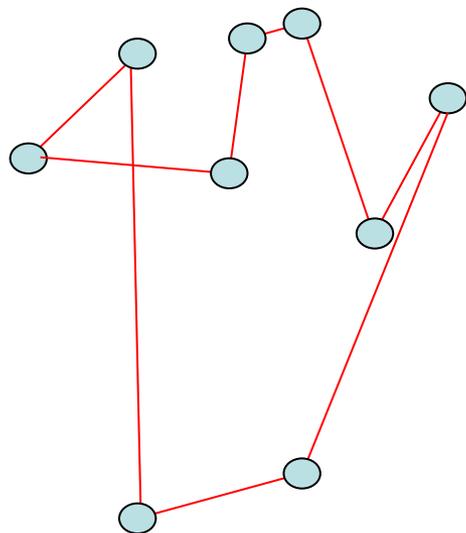
512 量子ビット

# 量子計算の2つの方式

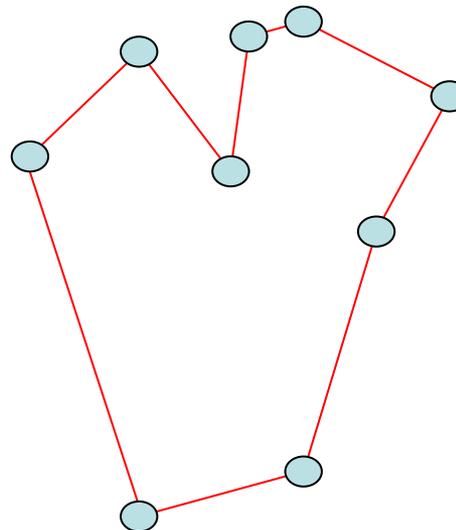
	量子回路(ゲート)模型	量子アニーリング
目的	万能計算	組み合わせ最適化問題
強み	劇的な高速化が保証済みのアルゴリズムがある。	最適化問題は応用範囲が広い。 プログラミング不要 ノイズに強い
弱み	ノイズに極めて弱い。高速アルゴリズムの実用性が？	劇的な高速化が保証済みの有用な問題が見つかってない。
実装状況	約10量子ビット イオン, フォトン, 量子ドット, 超伝導	512量子ビット 超伝導素子
実用化	数千万量子ビット以上必要？ 数十年以上先？	数千量子ビット必要？ ？年先

# 組み合わせ最適化問題

- 巡回セールスマン問題



配位 1



配位 2

コスト関数(=経路長)の最小化

# 組み合わせ最適化問題

- タンパク質の折りたたみ

Fig. 3 of Perdomo-Ortiz et al , Scientific Reports, 2, 1(2012)

# 組み合わせ最適化問題

- 機械学習

分類

パターン認識

故障検出

医療診断

系外惑星探索

ポートフォリオ作成

# 組み合わせ最適化問題

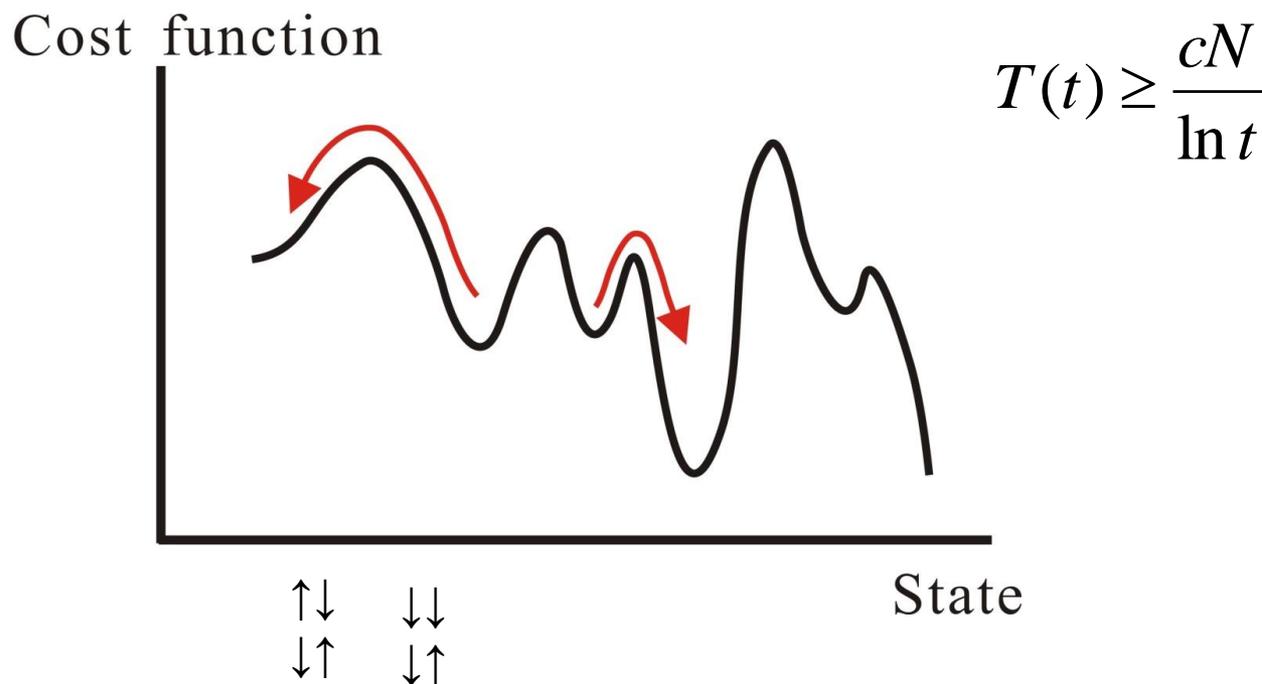
多変数1価関数の最小化

(=イジング模型のエネルギー最小状態)

$$H = -\sum J_{ij}\sigma_i\sigma_j - \sum J_{ijk}\sigma_i\sigma_j\sigma_k - \dots (\sigma_i = \pm 1)$$

# シミュレーテッド・アニーリング(SA)

- 汎用近似解法
- 熱ゆらぎによる状態探索

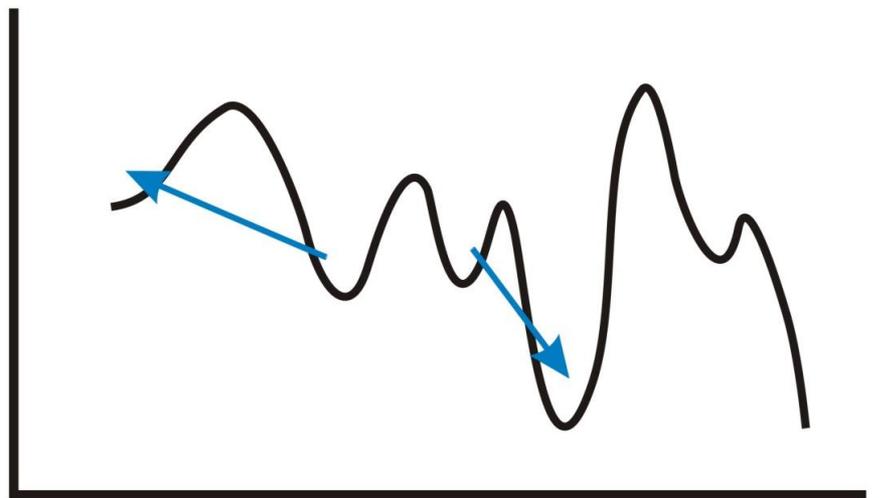


*Kirkpatrick et al (1983)*

# 量子アニーリング(QA)

- 汎用近似解法
- 量子ゆらぎによる状態探索

Cost function



Quantum probability

↑↓   ↓↓  
↓↑   ↓↑

State

*Kadowaki and Nishimori (1998)*

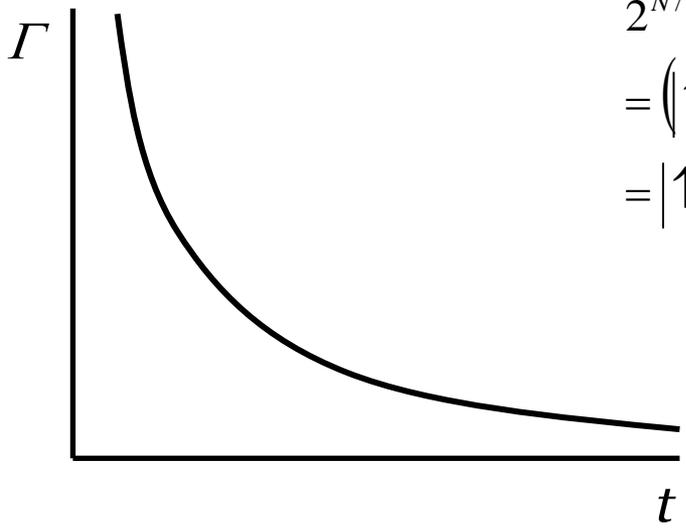
STRJ WS: March 6, 2014, 特別講演 10

# 定式化

$$H_{\text{classical}} = -\sum J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z$$

$$H(t) = H_{\text{classical}} + H_{\text{quantum}} = -\sum J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z - \Gamma(t) \sum \sigma_i^x$$

$H_{\text{quantum}}$  の基底状態



$$\begin{aligned}
 & 2^{N/2} |\rightarrow\rangle_1 \otimes |\rightarrow\rangle_2 \otimes \dots \otimes |\rightarrow\rangle_N \\
 &= (|\uparrow\rangle_1 + |\downarrow\rangle_1) \otimes (|\uparrow\rangle_2 + |\downarrow\rangle_2) \otimes \dots \otimes (|\uparrow\rangle_N + |\downarrow\rangle_N) \\
 &= |\uparrow_1 \uparrow_2 \uparrow_3 \dots \uparrow_N\rangle + |\uparrow_1 \uparrow_2 \uparrow_3 \dots \downarrow_N\rangle + \dots + |\downarrow_1 \downarrow_2 \downarrow_3 \dots \downarrow_N\rangle
 \end{aligned}$$

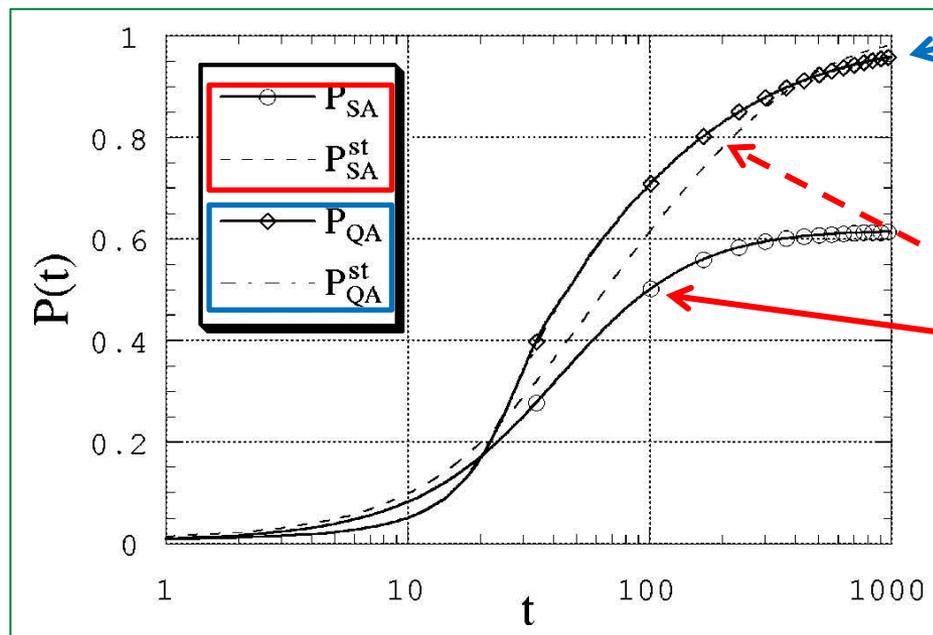
↓ シュレディンガー方程式による自然な時間発展

$$|\uparrow \downarrow \downarrow \uparrow \uparrow \dots \uparrow \downarrow\rangle$$

$H_{\text{classical}}$  の基底状態 = 最適化問題の解

# マスター方程式 vs シュレディンガー方程式

スピングラス(8スピン)



$$\Gamma(t) = \frac{3}{\sqrt{t}}$$

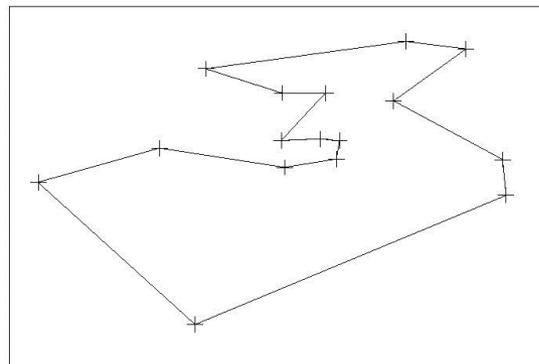
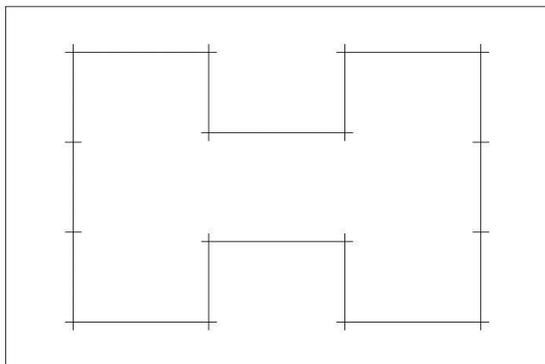
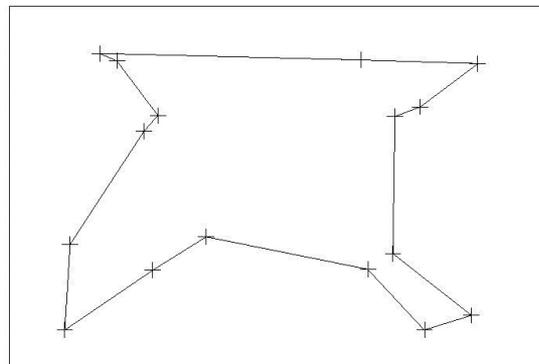
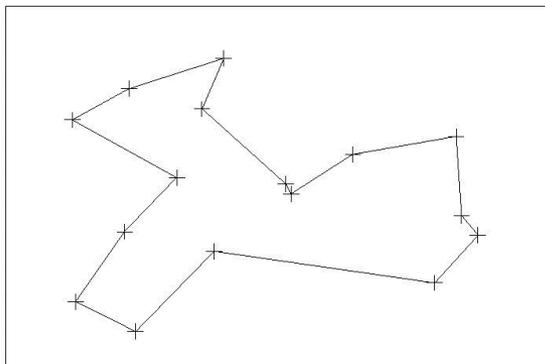
Schrödinger方程式

$$T(t) = \frac{3}{\sqrt{t}}$$

Master方程式  
熱平衡

*Kadowaki and Nishimori (1998)*

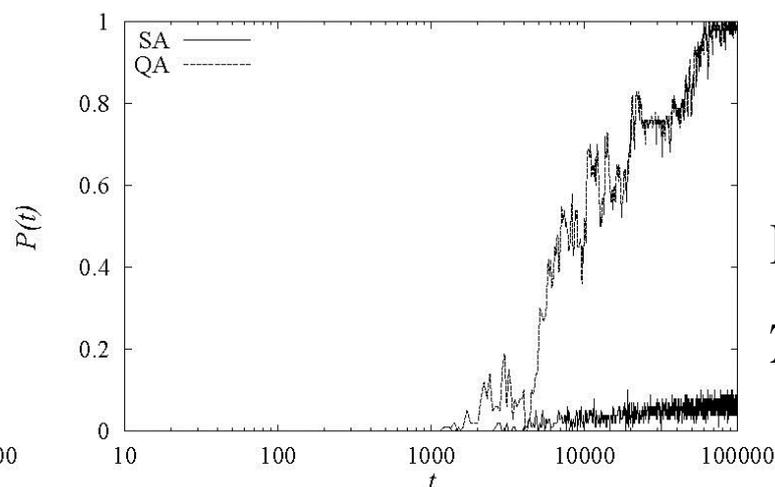
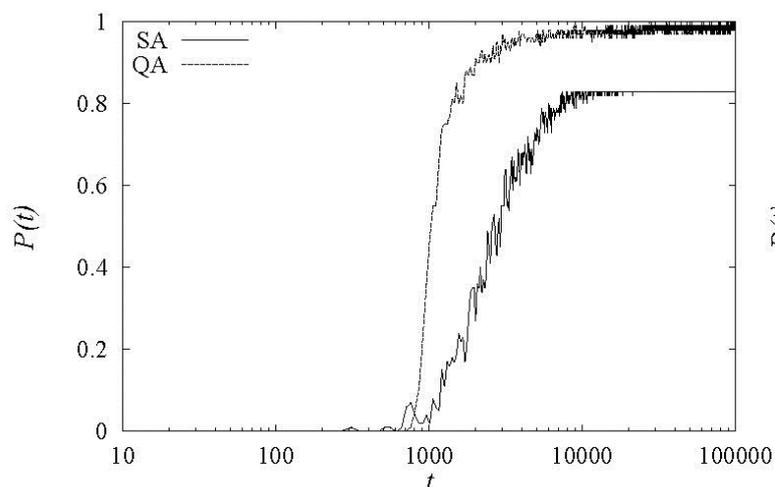
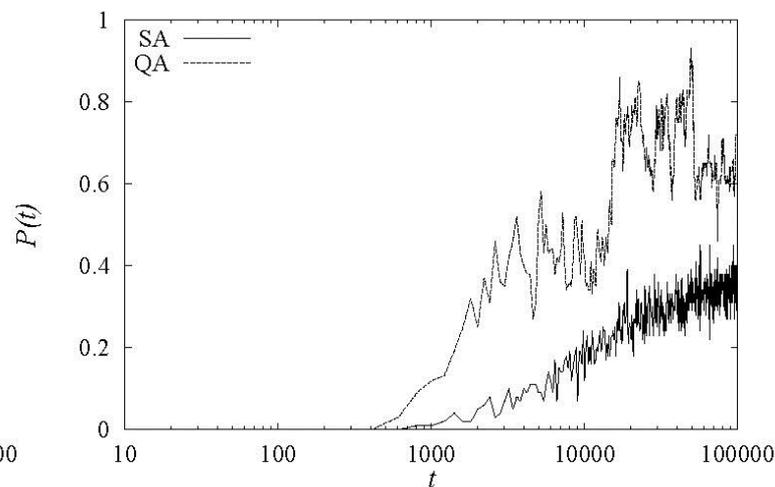
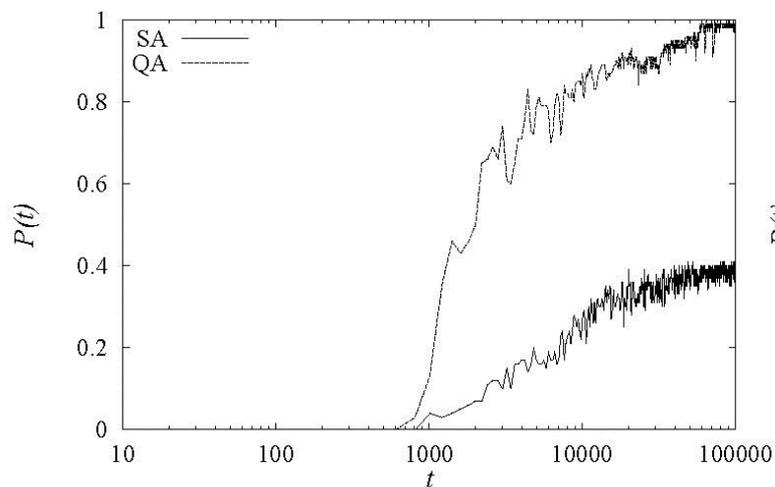
# Travelling Salesman Problem



*Kadowaki (Thesis, 1998)*

# Travelling Salesman Problem

## *Ground-state probability by Monte Carlo*



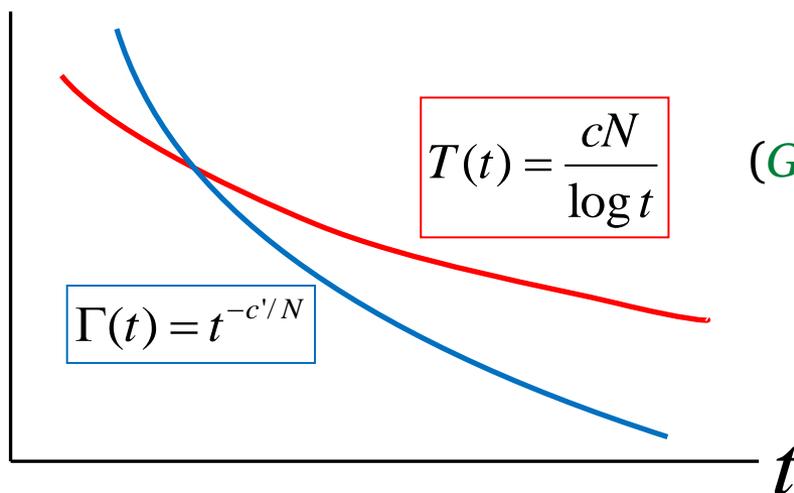
$$\Gamma(t) = 10/\sqrt{t}$$

$$T(t) = 10/\sqrt{t}$$

# 収束定理

## 収束の十分条件

制御変数



$$T(t) = \frac{cN}{\log t}$$

(Geman-Geman for SA)

$$\Gamma(t) = t^{-c'/N}$$

Morita & Nishimori

$$H = H_0 + H_{\text{quantum}} = -\sum J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z - \Gamma(t) \sum \sigma_i^x$$

# D-Wave Two



# 量子性 (8qubit)

## スペクトルとエンタングルメント

Fig. 3 of Lanting et al, Phys. Rev. X 4, 021041 (2014)

# 量子性 (8-40 qubit) 縮退した状態の実現確率

Fig. 3 of Vinci et al, arXiv:1403.4228

# 高速性 (512qubit) 探索成功までの時間

Figs. 2 and 3 of Ronnow et al, Science, **345**, 420 (2014)

# 量子性・高速性以外の特性と問題点

- 基底状態をたどるので安定性が高くデコヒーレンスに比較的強いが、改善の余地あり(誤り訂正符号)。
- 超伝導素子の省エネルギー性  
10kW程度のほとんどが冷却用  
→ スケールアップしても消費電力は変わらない。
- パラメータ $J_{ij}$ の指定の精度に向上の余地
- 他の素子(量子ドット, イオントラップ等)より制御が容易でスケールアップがしやすい。(D-Wave広範な特許取得済)

# まとめ

- QA は量子計算のパラダイムとして有効である。
- 古典的なシミュレーテッド・アニーリングより(ある意味で)高速。
- 万能量子計算ではないが、実用性は回路模型より大きい。
- 問題をイジング模型で表現すれば、後は自動的に実行可能。
- 基底状態以外は(重要な)情報を持たないので、励起状態が  
(デコヒーレンスなどで)壊れても影響は(原理的には)あまりない。
- D-Wave Twoが速いかどうかは問題による。
- 素子の基本性能の向上により大幅な改善の可能性。

# これから

- 量子アニーリングマシンの開発が加速。Google他
- 学術的な性能評価とハード開発が深く関連している。

Chimera graph, error correction,...

- D-Wave マシンのソフト開発
- 日本での動き 産官学協力体制？